- حل نموذج واجابات الهندسين (فصل ثاني 2024/2025)

السؤال الأول - أوجد ناتج ما يلي:

$$I = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{\log x}{2x^2}\right)$$

الحل:

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\log x}{2x^2}\right) = \frac{\log\infty}{\infty} \quad (1)$$

حالة عدم تعيين من الشكل $\frac{\infty}{\infty}$ نزيلها بقاعدة لوبيتال: (1)

$$\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow I = \lim_{x\to\infty}\left\{\frac{(\log x)'}{(2x^2)'}\right\} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to\infty}\left\{\frac{\frac{1}{x}}{4x}\right\} = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{4x^2}\right) = \frac{1}{\infty} = \boxed{0} \quad (1)$$

- السؤال الثاني: أوجد التكامل الآتي: (الفرع 12)

(1) $$I = \int_0^{2\sqrt{2}} (x\sqrt{1+x^2})\,dx$$

الحل: نفرض: $t = 1+x^2 \Rightarrow dt = 2x\cdot dx$ (1)

عندما: $x=0 \Rightarrow t=1$ (1)

$x=2\sqrt{2} \Rightarrow t=9$ (1)

نوحد حدود التكامل نجد:

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2}\int_1^9 t^{1/2}\cdot dt = \frac{1}{2}\left[\frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_1^9 \quad (1)$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{3}\left(9^{3/2} - 1^{3/2}\right) = \frac{1}{3}(27-1) \Rightarrow \boxed{I = \frac{26}{3} = 8.6}$$

(2) $$I = \int_1^e (\ln x)\,dx$$

الحل: نفرض: $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{dx}{x}$ (1)

$dv = dx \Rightarrow v = x$ (1)

$$I = u\cdot v - \int v\cdot du \Rightarrow I = \int_1^e \ln x\,dx = [x\ln x]_1^e - \int_1^e x\frac{dx}{x} \quad (1)$$

$$= [x\ln x]_1^e - \int_1^e dx = [x\ln x]_1^e - [x]_1^e \quad (1)$$

$$= e - e + 1 \Rightarrow \boxed{I = 1} \quad (1)$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

- السؤال الثالث: أوجد تكامل التوابع:

(1)- $I = \int ((4x^3+2)^7 x^2)\,dx$ /6/

الحل: نفرض:

$t = 4x^3+2 \Rightarrow dt = 12x^2\,dx$

$\Rightarrow I = \frac{1}{2}\int 12(4x^3+2)^7 x^2\,dx = \frac{1}{12}\int t^7\,dt$

$= \frac{1}{12}\frac{t^8}{8} + c = \frac{t^8}{96} + c$

$\Rightarrow \boxed{I = \frac{1}{96}(4x^3+2)^8 + c}$

(2)- $I = \int \frac{x^2}{(1+x^3)^2}\,dx$ /6/

- الحل: نفرض:

$t = x^3 \Rightarrow dt = 3x^2\,dx$

- نعوض في التكامل:

$\Rightarrow I = \int \frac{x^2}{1+(x^3)^2}\,dx = \frac{1}{3}\int \frac{3\,dt}{1+t^2} = \frac{1}{3}\int \frac{dt}{1+t^2}$

$= \frac{1}{3}\tan^{-1}(t) + c \Rightarrow \boxed{I = \frac{1}{3}\tan^{-1} x^3 + c}$.

- السؤال الرابع: مصفوفتين:

$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

الحل:

$|A| = (4\times -4) - (2\times 0) = -16 - 0 \Rightarrow \boxed{|A| = -16}$.

$|B| = (4\times 0) - (8\times -2) = 0 + 16 \Rightarrow \boxed{|B| = 16}$

$A+B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 10 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$

$B-A = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

٢- السؤال الخامس: - حل جملة المعادلات بالشكل المرفوض

$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 19$$
$$2x_1 - x_2 + x_3 = 3$$
$$6x_1 + 7x_2 - x_3 = 17$$

الحل: - نكتب المعادلات بالشكل المرفوض:

(1) $A \cdot X = B$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \\ 6 & 7 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 \\ 3 \\ 17 \end{bmatrix}$$ (2)

نوجد المرفوض المساعد $\Gamma(A)$ ثم نوجد المرفوض $|A|$:

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \\ 6 & 7 & -1 \end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} - 2\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 6 & -1 \end{vmatrix} + 4\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 6 & 7 \end{vmatrix}$$ (2)

$$\Rightarrow |A| = 78$$ (2) (4)

$A_{11} = 1\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} = -6$ (1)

$A_{12} = -1\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 6 & -1 \end{vmatrix} = 8$ (1)

$A_{13} = 1\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} = 20$ (1)

$A_{21} = -1\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} = 30$ (1)

$A_{22} = 1\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 6 & -1 \end{vmatrix} = -27$

$A_{23} = -1\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 7 \end{vmatrix} = -9$ (1)

$A_{31} = 1\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 6$ (1)

$A_{32} = -1\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 5$ (1)

$A_{33} = 1\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -7$ (1)

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -6 & 8 & 20 \\ 30 & -27 & -9 \\ 6 & 5 & -7 \end{bmatrix}$$ (1)

$$\Rightarrow \Gamma(A) = \begin{bmatrix} -6 & 30 & 6 \\ 8 & -27 & 5 \\ 20 & -9 & -7 \end{bmatrix}$$ (1)

نوجد المعكوس كالتالي: $\Rightarrow$

$$A^{-1} = \frac{\Gamma(A)}{|A|}$$ (2)

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{78}\begin{bmatrix} -6 & 30 & 6 \\ 8 & -27 & 5 \\ 20 & -9 & -7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 19 \\ 3 \\ 17 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{78}\begin{bmatrix} 78 \\ 156 \\ 234 \end{bmatrix}$$ (1) (1)

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$ (2) $\Rightarrow$ (2) $\Rightarrow x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3$.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner